Devoir maison numéro 1

Préliminaire : dans le plan complexe, placer deux points A et B dans deux quadrants différents, et hors des axes.
Noter leurs affixes z_A et z_B.
Choisir un nombre entier h entre 2 et 5.
À tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe z', où : $z' = \dfrac{-iz + z_A \times (h+i)}{h}$
On note f la transformation qui à M associe M'.

1. O est l'origine du repère.
   On note $f(O) = O'$, $\quad f(B) = B'$, $\quad A' = f(A)$.
   Calculer les affixes de O', B' et A' ; les écrire sous forme algébrique.
2. Déterminer l'antécédent de O par f : on le notera C.
3. Soit N un point quelconque sur la droite passant par B, parallèle à l'axe des imaginaires purs : $z_N = x_B + iy$.
   Soit N' son image par f.
   Déterminer la forme algébrique de $z_{N'}$, en fonction de y.
   En déduire le lieu auquel appartient N' lorsque N parcourt l'axe des imaginaires purs.
4. Soit M un point du cercle de centre C et de rayon 1 ; on note $z_M = x + \mathrm{i}y$ son affixe. Soit $M' = f(M)$.
   On rappelle que $f(C) = O$.
   a) Traduire l'appartenance de M au cercle par deux équations : l'une avec z_M et un module ; l'autre avec une équation à coefficients réels de type $(x - \ldots)^2 + (y - \ldots)^2 = \ldots$
   b) Calculer OM'. Interpréter ce résultat.

L'horizon
Nous condamne au cercle.

Eugène Guillevic, Du domaine.